TakiAcademy
www.takiacademy.com

$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx \leqslant M$$

Démonstration :

De la double inégalité $m \leqslant f(t) \leqslant M$, on déduit que :

$$\int_a^b m\,dt \leqslant \int_a^b f(t)\,dt \leqslant \int_a^b M\,dt .$$

$$\Leftrightarrow (b-a)\,m \leqslant \int_a^b f(t)\,dt \leqslant (b-a)\,M$$

Ainsi $m \leqslant \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,dt \leqslant M$

Exemple :

Montrer que $\frac{9}{9+4\pi^2} \leqslant \frac{6}{\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{1+x^2} \leqslant \frac{4}{4+\pi^2}$

Rep : posons $f : \left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right] \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto \frac{1}{1+x^2}$

il est clair que f est décroissante sur $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$, on a donc :

Tous droits réservés © TakiAcademy.com
23390248 - 29862815